

**LXVIII олимпиада по математике Эстонии**  
**ШКОЛЬНЫЙ ТУР ТАЛЛИННА**  
**Таллинн, 8 декабря 2020 года**  
**XII класс**

Время, отводимое для решения: 4 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Расстояние от дома Пети до школы на 60 метров больше, чем расстояние от дома Кати до школы. Однажды утром Петя и Катя одновременно выехали из своих домов на велосипедах и одновременно приехали в школу. Если бы Петя в течение каждой минуты проезжал на 30 метров больше, а Катя увеличила бы скорость своего движения на 28 метров в минуту, то они тоже приехали бы в школу одновременно, но на 1 минуту раньше. Вычислите скорости движения Петя и Кати.
2. Найдите наибольшее возможное натуральное число  $n$ , при котором число  $n^2 + 2021n$  было бы квадратом некоторого натурального числа.
3. На сторонах  $BC$  и  $CD$  квадрата  $ABCD$  выбирают точки  $E$  и  $F$  так, что площади треугольников  $ABE$ ,  $CEF$  и  $ADF$  равны соответственно 30, 12 и 20 квадратных единиц. Найдите площадь треугольника  $AEF$ .
4. На доске записаны 2020 последовательных натуральных числа.
  - а) Может ли сумма чисел, записанных на доске, быть равной числу 2137160?
  - б) Найдите наименьшее натуральное число  $n$ , которое можно представить как в виде суммы 7-ми, так и в виде суммы 9-ти, а также в виде суммы 11-ти последовательных натуральных чисел.
5. Коля исследует шашечную доску, имеющую вид клетчатого поля размерами  $12 \times 12$ . Клетки поля выкрашены в черный или белый цвет (все пары клеток, которые имеют общую сторону, выкрашены в разные цвета). За один ход фишку можно перемещать из одной клетки в другую, если эти клетки имеют общую вершину, но не имеют общей стороны. В начале игры фишка находится в произвольной клетке поля, выкрашенной в черный цвет.
  - а) Найдется ли такое первоначальное положение фишки, откуда возможно провести фишку по всем черным клеткам поля так, чтобы каждую черную клетку посетить точно один раз? (считается, что фишка посетила клетку, если она находилась в этой клетке в начале или в конце хода)
  - б) В правила игры добавляется новое условие: за один ход можно переместить фишку по диагонали на одну или на две клетки. Возможно ли при добавлении этого нового правила игры провести фишку по всем черным клеткам поля так, чтобы каждую черную клетку фишка посетила бы точно один раз, если в начале игры фишка находится в черной угловой клетке поля? (считается, что фишка посетила клетку, если она находилась в этой клетке в начале или в конце хода)